

© International Baccalaureate Organization 2026

All rights reserved. No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without the prior written permission from the IB. Additionally, the license tied with this product prohibits use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, whether fee-covered or not, is prohibited and is a criminal offense.

More information on how to request written permission in the form of a license can be obtained from <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organisation du Baccalauréat International 2026

Tous droits réservés. Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite préalable de l'IB. De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, moyennant paiement ou non, est interdite et constitue une infraction pénale.

Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour obtenir une autorisation écrite sous la forme d'une licence, rendez-vous à l'adresse <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organización del Bachillerato Internacional, 2026

Todos los derechos reservados. No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin la previa autorización por escrito del IB. Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales—, ya sea incluido en tasas o no, está prohibido y constituye un delito.

En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una autorización por escrito en forma de licencia: <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

Mathématiques : applications et interprétation

Niveau supérieur

Épreuve 2

15 mai 2026

Zone A matin | Zone B matin | Zone C matin

2 heures

Instructions destinées aux élèves

- N'ouvrez pas cette épreuve d'examen avant d'avoir reçu l'autorisation de le faire.
- Une calculatrice à écran graphique est nécessaire pour cette épreuve.
- Répondez à toutes les questions sur le livret de réponses prévu à cet effet.
- Sauf indication contraire dans l'intitulé de la question, toutes les réponses numériques devront être exactes ou correctes à trois chiffres significatifs près.
- Un exemplaire non annoté du **livret de formules pour le cours de mathématiques : applications et interprétation NS** est nécessaire pour cette épreuve.
- Le nombre maximum de points pour cette épreuve d'examen est de **[110 points]**.

Répondez à **toutes** les questions sur le livret de réponses fourni. Veuillez répondre à chaque question sur une nouvelle page. Le total des points ne sera pas nécessairement attribué pour une réponse correcte si le raisonnement n'a pas été indiqué. Les réponses doivent être appuyées par un raisonnement et/ou des explications. Les solutions obtenues à l'aide d'une calculatrice à écran graphique doivent être accompagnées d'un raisonnement adéquat. Par exemple, si des représentations graphiques sont utilisées pour trouver la solution, veuillez inclure une esquisse de ces représentations graphiques dans votre réponse. Lorsque la réponse est fausse, certains points peuvent être attribués si la méthode utilisée est correcte, pour autant que le raisonnement soit indiqué par écrit. On vous recommande donc de montrer tout votre raisonnement.

1. [Note maximale : 19]

Mathilda travaille dans une station-service locale qui vend des billets de loterie à gratter. Chaque billet à gratter coûte 1 \$. Les gains et la probabilité de gagner chaque gain selon la société de loterie sont indiqués dans le tableau suivant.

Gains (\$)	0	2	5	10	100	500
Probabilité	b	0,085	a	0,004	0,002	0,001

- (a) Sachant que la probabilité de gagner 5 \$ est six fois la probabilité de gagner 100 \$ pour chaque billet à gratter, trouvez la valeur de

(i) a .

(ii) b .

[4]

- (b) Déterminez si ce jeu de billets à gratter est équitable. Justifiez votre réponse.

[4]

Mathilda souhaite déterminer si la probabilité de gagner chaque gain correspond aux affirmations de la société de loterie. Elle enregistre les gains de 750 billets à gratter. Ses données sont présentées dans le tableau suivant.

Gains (\$)	0	2	5	10	100	500
Nombre de billets à gratter	692	48	7	1	2	0

- (c) Écrivez la probabilité de gagner un gain de 2 \$, selon les données de Mathilda.

[1]

(Suite de la question à la page suivante)

(Suite de la question 1)

Mathilda affirme que la société de loterie a indiqué de manière erronée la probabilité de gagner un gain de 2 \$.

(d) En vous référant à votre réponse de la partie (c), indiquez une raison pour

(i) soutenir l'affirmation de Mathilda.

(ii) réfuter l'affirmation de Mathilda.

[2]

Mathilda décide d'effectuer un test d'ajustement du χ^2 en utilisant ses données, au niveau de signification de 10 %, afin de tester son affirmation. Pour se préparer au test et s'assurer que ses effectifs théoriques sont tous supérieurs à 5, Mathilda fusionne les données correspondant aux gains de 10 \$; 100 \$; et 500 \$ dans une seule colonne, comme indiqué dans le tableau suivant.

Gain (\$)	0	2	5	10 ; 100 ; 500
Nombre de billets à gratter	692	48	7	3

(e) (i) Écrivez l'hypothèse nulle et l'hypothèse alternative pour le test de Mathilda.

(ii) Trouvez la valeur p pour le test.

(iii) Indiquez la conclusion du test de Mathilda dans le contexte. Justifiez votre réponse. [6]

(f) Indiquez le type d'erreur que Mathilda pourrait commettre à la suite de sa conclusion ainsi qu'une manière dont elle pourrait réduire la probabilité de commettre ce type d'erreur.

[2]

Page vierge

2. [Note maximale : 16]

Pour cette question, arrondissez toutes les réponses monétaires au dollar près (\$).

Lorsque Kelley commence à travailler chez les Industries Waldron, elle ouvre un compte d'investissement. Les Industries Waldron verseront un montant équivalent à chaque dépôt effectué par Kelley sur son compte, jusqu'à un maximum de 4 % de ses revenus mensuels. Par exemple, si Kelley dépose 20 \$ sur son compte d'investissement un mois donné, les Industries Waldron verseront également 20 \$ sur son compte.

Kelley gagne un salaire annuel initial de 60 000 \$ qu'elle reçoit en versements mensuels égaux.

- (a) Trouvez le plus petit dépôt que Kelley doit effectuer sur son compte d'investissement chaque mois pour maximiser le montant que les Industries Waldron lui verseront également. [2]

Kelley décide de déposer exactement le montant de la partie (a) à la fin de chaque mois et formule les hypothèses suivantes :

- le compte d'investissement aura un taux de rendement annuel nominal de 9,5 %, composé mensuellement ;
- son salaire restera constant ;
- les Industries Waldron continueront à égaler ses dépôts jusqu'à un maximum de 4 % de son salaire annuel ;
- elle prendra sa retraite après avoir travaillé chez les Industries Waldron sans interruption pendant 40 années complètes.

- (b) Déterminez le montant total du compte d'investissement de Kelley lorsqu'elle prendra sa retraite, si ses hypothèses sont vraies. [3]

- (c) En considérant la validité de deux hypothèses **différentes** formulées par Kelley, indiquez, dans le contexte, pourquoi le montant de son compte d'investissement lorsqu'elle prendra sa retraite pourrait être

- (i) significativement **inférieur** à votre réponse de la partie (b).
 (ii) significativement **supérieur** à votre réponse de la partie (b). [2]

Après avoir travaillé chez les Industries Waldron pendant 10 années complètes, Kelley décide d'acheter une maison. Elle doit retirer 50 000 \$ de son compte d'investissement pour effectuer le versement initial.

- (d) Calculez le montant que Kelley aura **de moins** dans son compte d'investissement lorsqu'elle prendra sa retraite après avoir retiré les 50 000 \$, sachant qu'elle continue de déposer le montant de la partie (a) chaque mois et que ses hypothèses demeurent vraies. [6]

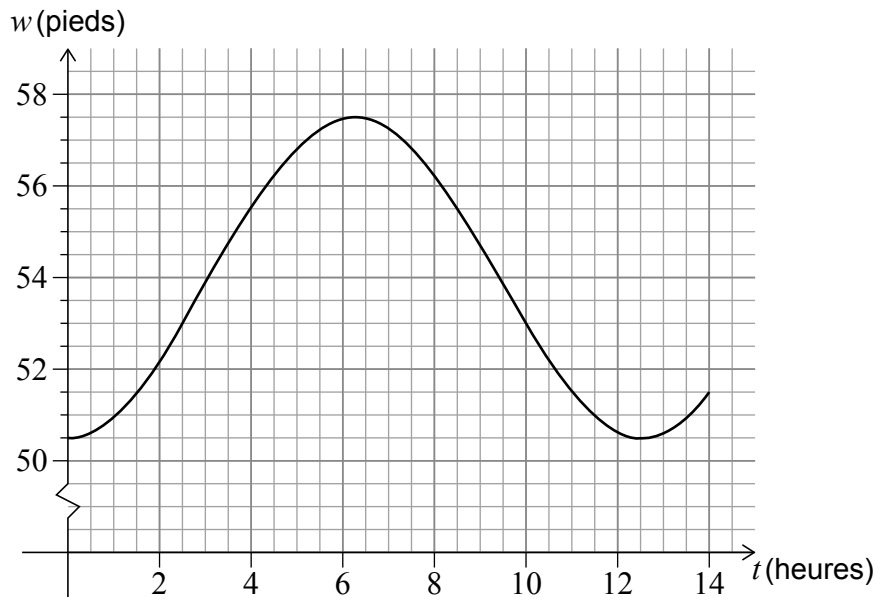
Après que Kelley ait retiré les 50 000 \$, elle souhaite augmenter ses dépôts mensuels sur le compte d'investissement afin de disposer encore d'au moins 2 000 000 \$ à sa retraite.

- (e) Calculez l'augmentation minimale nécessaire du dépôt mensuel de Kelley, sachant que ses hypothèses demeurent vraies. [3]

3. [Note maximale : 15]

Les cargos peuvent entrer dans le port de Savannah seulement lorsque la profondeur de l'eau est suffisante. La représentation graphique suivante présente un modèle sinusoïdal de la profondeur de l'eau, w pieds, un jour donné à une certaine heure, t heures après 00 h 00 (minuit). Le modèle débute à un minimum de $(0 ; 50,5)$ et son premier maximum se situe à $(6,25 ; 57,5)$.

la figure n'est pas à l'échelle



- (a) Écrivez la période du modèle. [1]

L'équation du modèle peut être exprimée sous la forme

$$w(t) = a \cos(bt) + d, \text{ où } b > 0.$$

- (b) Déterminez l'équation du modèle sous cette forme. [5]

La profondeur de l'eau doit être d'au moins 53 pieds pour que les cargos puissent entrer dans le port.

- (c) Trouvez combien d'heures après minuit ($t = 0$) le premier cargo peut entrer dans le port le jour donné. [2]

- (d) À partir de là, déterminez le nombre total d'heures entre minuit et 12 h 00 (midi) ($t = 12$) pendant lesquelles les cargos peuvent entrer dans le port. [2]

(Suite de la question à la page suivante)

(Suite de la question 3)

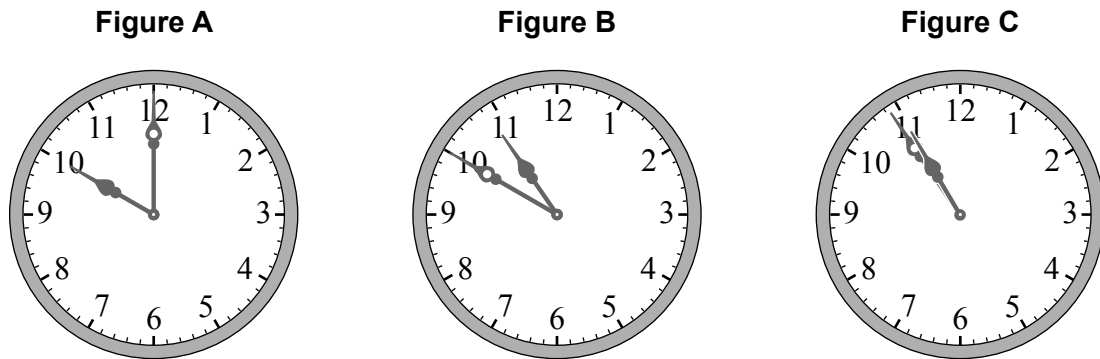
L'*Aimmika* est un cargo en route vers le port de Savannah. À $t = 0$, l'*Aimmika* doit parcourir 550 miles pour atteindre l'entrée du port. Il navigue à une vitesse moyenne de 21 miles à l'heure. On peut supposer que le modèle de la partie (b) continue de prédire correctement la profondeur d'eau.

- (e) Déterminez la durée de temps minimale pendant laquelle l'*Aimmika* devra attendre à l'entrée avant d'entrer dans le port de Savannah.

[5]

4. [Note maximale : 13]

À 10 h 00, l'aiguille des minutes d'une horloge pointe vers 12 sur le cadran et l'aiguille des heures pointe vers 10, comme illustré dans la Figure A. La Figure B et la Figure C illustrent deux autres positions des aiguilles lors de leur rotation autour du cadran. L'aiguille des minutes et l'aiguille des heures se déplacent toutes les deux de manière fluide et continue autour du cadran, et on peut supposer que l'horloge reste parfaitement à l'heure.



Dans la Figure B, l'aiguille des minutes pointe maintenant vers 10 sur le cadran, là où l'aiguille des heures pointait dans la Figure A.

- (a) Écrivez le temps nécessaire, en minutes, aux aiguilles pour passer de leur position dans la Figure A à leur position dans la Figure B. [1]

Dans la Figure C, l'aiguille des minutes pointe maintenant vers la même position que celle vers laquelle l'aiguille des heures pointait dans la Figure B.

- (b) Trouvez le temps nécessaire, en minutes, aux aiguilles pour passer de leur position dans la Figure B à leur position dans la Figure C. Donnez votre réponse sous forme de fraction. [2]
- (c) Trouvez le temps nécessaire, en minutes, pour que l'aiguille des minutes dans la Figure C se déplace vers la position de l'aiguille des heures dans la Figure C. Donnez votre réponse sous forme de fraction. [2]

Les réponses des parties (a), (b) et (c) forment une suite géométrique.

- (d) Écrivez la raison de cette suite. [1]

L'aiguille des minutes et l'aiguille des heures seront exactement dans la même position a secondes après 10 h 54, où $a \in \mathbb{R}$.

- (e) Utilisez votre réponse de la partie (d) pour trouver la valeur de a . [4]

La pointe de l'aiguille des minutes est à 11 centimètres du centre du cadran.

- (f) Trouvez la distance parcourue par la pointe de l'aiguille des minutes autour du cadran entre 10 h 00 et l'heure trouvée dans la partie (e). [3]

5. [Note maximale : 15]

Une école propose d'installer une caméra de surveillance routière sur sa rue afin de réduire le nombre de voitures en excès de vitesse (roulant plus vite que la limite de vitesse). Saeed est chargé de recueillir un échantillon de données pour déterminer le nombre de voitures en excès de vitesse pendant les heures de classe.

Il enregistre le nombre de voitures en excès de vitesse pendant chaque intervalle de 15 minutes. Ses données sont présentées dans le tableau suivant.

Nombre de voitures en excès de vitesse pendant chaque intervalle de 15 minutes	0	1	2	3	4	5
Effectif (nombre d'intervalles de 15 minutes)	27	47	43	23	20	8

- (a) Utilisez les données pour estimer la moyenne et la variance du nombre de voitures en excès de vitesse pendant un intervalle de 15 minutes. [4]

Saeed suggère que le nombre de voitures en excès de vitesse dans chaque intervalle de 15 minutes pourrait suivre une distribution de Poisson.

- (b) (i) Indiquez pourquoi vos réponses de la partie (a) justifient la suggestion de Saeed.
(ii) Indiquez une hypothèse que Saeed pourrait faire, dans le contexte, pour justifier l'utilisation d'une distribution de Poisson comme modèle. [2]

Il y a 9 heures de classe dans une journée scolaire. Saeed utilise $Y \sim \text{Po}(2)$ pour modéliser le nombre de voitures en excès de vitesse permise dans chaque intervalle de 15 minutes pendant les heures de classe.

- (c) Selon le modèle de Saeed, trouvez la probabilité que lors d'une journée scolaire
(i) exactement 75 voitures roulent en excès de vitesse.
(ii) au moins 60 voitures roulent en excès de vitesse. [4]

Le premier jour d'installation de la caméra de surveillance routière, celle-ci enregistre 59 voitures en excès de vitesse pendant les heures de classe.

Saeed suppose que le nombre de voitures en excès de vitesse dans chaque intervalle de 15 minutes suit encore le modèle $Y \sim \text{Po}(\lambda)$. Il effectue un test d'hypothèse au niveau de signification de 5 % en utilisant les hypothèses suivantes :

$$H_0: \lambda = 2$$

$$H_1: \lambda < 2$$

- (d) (i) Trouvez la région critique du test de Saeed.
(ii) Indiquez, en la justifiant, la conclusion du test de Saeed dans le contexte. [5]

6. [Note maximale : 18]

Deux droites l_1 et l_2 , dans l'espace tridimensionnel, ont comme vecteur général $\mathbf{r}_1$ et $\mathbf{r}_2$ respectivement, donné par

$$\mathbf{r}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -8 \\ 6 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ et } \mathbf{r}_2 = \begin{pmatrix} 8 \\ -5 \\ 3 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -10 \\ 6 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

Les deux droites se croisent au point A.

(a) Trouvez les coordonnées du point A. [4]

(b) Trouvez l'angle aigu entre l_1 et l_2 . [4]

Les coordonnées du point B sont $(-17, 10, -2)$.

(c) Montrez que le point B se situe sur l_2 . [3]

Le point C est le point sur l_1 qui est le plus proche du point B.

(d) Trouvez les coordonnées du point C. [7]

7. [Note maximale : 14]

Barefield's Bounty, une pisciculture commerciale, introduit un stock initial de poissons dans un bassin. À la suite de l'introduction, Michael, le responsable de la pisciculture, suit la croissance de la population de poissons. Il constate que la population de poissons, $p(t)$, peut être modélisée à l'aide de l'équation

$$p(t) = \frac{9216}{1 + 6,68e^{-0,051t}}, t \geq 0,$$

où t est le nombre de semaines après l'introduction du stock initial de poissons dans le bassin.

- (a) Trouvez le nombre de poissons que Barefield's Bounty a initialement introduit dans le bassin. [2]

Selon le modèle de Michael, la population de poissons atteindra une quantité qui correspond au double du stock initial de poissons après k semaines.

- (b) Trouvez la valeur de k . [2]

- (c) Écrivez la capacité de charge du bassin. [1]

- (d) (i) Trouvez $p'(t)$ comme une fonction de t .

- (ii) Esquissez la représentation graphique de $p'(t)$ pour $0 \leq t \leq 200$, en légendant tout point d'intersection avec les axes.

- (iii) En vous référant à votre représentation graphique de la partie (d)(ii), indiquez pourquoi $p(t)$ est toujours croissante. [8]

Le modèle de Michael prédit que la croissance de la population de poissons est maximale lorsque $t = a$.

- (e) Écrivez la valeur de a . [1]
-

Avertissement :

Le contenu utilisé dans les évaluations de l'IB est souvent extrait de sources authentiques issues de tierces parties. Les avis qui y sont exprimés appartiennent aux personnes à l'origine de leur création et/ou de leur publication, et ne reflètent pas nécessairement ceux de l'IB. Parfois, des entreprises, produits ou individus fictionnels sont inclus dans les évaluations. Toute ressemblance avec des entités réelles serait purement fortuite. Toutes les marques commerciales™ ou déposées® incluses sont utilisées à des fins d'illustration uniquement, et leur utilisation n'implique aucune affiliation avec le Baccalauréat International ni aucune promotion de sa part.